

УДК 339.727.2

**ОПТИМІЗАЦІЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПОРТФЕЛІВ ЗА ПРИНЦИПОМ
МАКСИМАЛЬНОЇ ВИЗНАЧЕНОСТІ: АЛЬТЕРНАТИВНИЙ ПОГЛЯД
НА ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЬНОЇ ПАРАДИГМИ
МІЖНАРОДНОГО ІНВЕСТУВАННЯ**

**SAFETY FIRST INVESTMENT PORTFOLIOS OPTIMIZATION:
ALTERNATIVE VIEW ON PORTFOLIO PARADIGM
OF INTERNATIONAL INVESTING ORIGIN**

**ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ
ПО ПРИНЦИПУ МАКСИМАЛЬНОЙ ОПРЕДЕЛЁННОСТИ:
АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ВЗГЛЯД НА ФОРМИРОВАНИЕ
ПОРТФЕЛЬНОЙ ПАРАДИГМЫ МЕЖДУНАРОДНОГО
ИНВЕСТИРОВАНИЯ**

Дзюба П. В.

Кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри міжнародних фінансів Інституту міжнародних відносин Київського національного університету імені Тараса Шевченка. E-mail: pavlo_dzyuba@ukr.net

Dziuba P. V.

Ph.D. (economics), Associate Professor, Department of International Finance
Institute of International Relations Taras Shevchenko National University of Kyiv. E-mail: pavlo_dzyuba@ukr.net

Дзюба П. В.

Кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры международных финансов Института международных отношений Киевского национального университета имени Тараса Шевченко.
E-mail: pavlo_dzyuba@ukr.net

Анотація. Досліджено гносеологічні умови виникнення та розвитку сучасної парадигми міжнародного портфельного інвестування. Виявлено та обґрунтовано надзвичайну близькість результатів фундаментальних досліджень парадигмального значення Марковиця та Роя. Доведено, що попри поширене ставлення до Марковиця як до фундатора портфельної парадигми, її поява зумовлена основоположними дослідженнями обох учених, які виникли одночасно та незалежно. Обґрунтовано, що попри високий рівень ідентичності обох підходів за такими напрямками, як визначення ризику портфеля, генерування ефективної гіперболи тощо, Рой надовго наперед передбачив розвиток наукової думки та випередив Марковиця в ряді принципово важливих моментів. Це стосується виведення рівняння ефективної множинності, максимізації дохідності з поправкою на ризик (аналог майбутньої максимізації коефіцієнта Шарпа), вибір за результатами оптимізації не множинності, а одного інвестиційного портфеля. При цьому оптимізація Роя є не біпараметричною, а здійснюється за трьома параметрами.

Досліджено та проведено порівняльний аналіз підходів до оптимізації міжнародних інвестиційних портфелів за принципом максимальної визначеності: критерій Роя, критерій Телсера та критерій Катаоки. Доведено, що за своїм змістом принцип макси-

мальної визначеності, з одного боку, лежить в основі портфельної парадигми міжнародного інвестування, а з іншого боку, дав поштовх розвитку доволі поширеної в сучасних умовах позитивної концепції VaR, котра активно використовується не лише у сфері міжнародного інвестиційного менеджменту, але й у галузі міжнародного банківництва. Виявлено, що попри належність до єдиної парадигмальної лінії, критерії максимальної визначеності передбачають мультипараметричну оптимізацію, на відміну від біпараметричного характеру теорії портфеля.

Ключові слова: парадигма міжнародного портфельного інвестування, оптимізація інвестиційного портфеля, принцип максимальної визначеності, критерій Роя, критерій Телсера, критерій Катаоки, концепція VaR.

Abstract. *Gnoseological framework of contemporary paradigm of international portfolio investing origin and development is explored. It is revealed and justified that the results of Markowitz and Roy seminal fundamental research are very similar and they both have paradigm constituent meaning. The paper proves that unlike the widely spread attitude to Markowitz as to the portfolio paradigm founder its appearance is bound up with seminal research of both scholars. Their papers were published simultaneously and independently. It is evidenced that although both approaches are highly identical in terms of such points as portfolio risk identification, efficient hyperbola generation etc. Roy foresaw the paradigm development direction much farther passing Markowitz ahead as to some crucial moments. Among them are the derivation of efficient frontier equation, risk adjusted return maximization (similar to future Sharpe Ratio maximization), optimization resulting in one rather than a set of portfolios. Moreover, Roy optimization is not biparametric but a multiparametric approach.*

Safety first approaches to international portfolio optimization are explored and their comparative analysis is carried out. These approaches include Roy criteria, Telser criteria and Kataoka criteria. It is proved that the safety first approach underlies the portfolio paradigm of international investing on the one hand. On the other hand, it gave birth to the widely spread VaR concept development that was heavily utilized not only in the field of international investment management but in international banking as well. It is revealed that unlike the biparametric character of portfolio theory safety first criteria imply multiparametric optimization though both approaches represent the single paradigm.

Key words: *international portfolio investing paradigm, investment portfolio optimization, safety first principle, Roy criterion, Telser criterion, Kataoka criterion, VaR concept.*

Аннотация. *Исследованы гносеологические условия появления и развития современной парадигмы международного портфельного инвестирования. Выявлена и обоснована чрезвычайная близость результатов фундаментальных исследований парадигмального значения Марковица и Роя. Доказано что, несмотря на распространенное отношение к Марковицу как к основателю портфельной парадигмы, её появление обусловлено основополагающими исследованиями обоих учёных, которые появились одновременно и проводились независимо. Обосновано, что несмотря на высокий уровень идентичности обоих исследований по таким направлениям, как определение риска портфеля, генерирование эффективного множества и др., Рой надолго вперед предугадал развитие научной мысли и опередил Марковица в ряде принципиально важных моментов. Это касается выведения уравнения эффективного множества, а именно – максимизация доходности с поправкой на риск (аналог будущей максимизации коэффициента Шарпа), выбор по результатам оптимизации не множества а одного инвестиционного портфеля. При этом оптимизация Роя не является бипараметрической, а осуществляется по трем параметрам.*

Исследованы подходы к оптимизации международных инвестиционных портфелей по принципу максимальной определенности: критерий Роя, критерий Телсера и критерий Катаоки; проведен их сравнительный анализ. Доказано, что по своей сущности принцип максимальной определенности, с одной стороны, лежит в основе портфельной парадигмы международного инвестирования, а с другой стороны, дал импульс к развитию очень распространенной в современных условиях позитивной концепции VaR, которая активно используется не только в сфере международного инвестиционного менеджмента, а и в международном банковском деле. Выявлено, что несмотря на принадлежность к единой парадигмальной линии, критерии максимальной определенности предусматривают мультипараметрическую оптимизацию, в отличие от бипараметрического характера теории портфеля.

Ключевые слова: парадигма международного портфельного инвестирования, оптимизация инвестиционного портфеля, принцип максимальной определенности, критерий Роя, критерий Телсера, критерий Катаоки, концепция VaR.

Сучасна теорія міжнародного портфельного інвестування є унікальною гносеологічною субстанцією. Аналіз її формування та еволюції засвідчує, що вона носить біпарадигмальний характер. З одного боку, абсолютно домінує відома портфельна парадигма, котра базується на теорії портфеля Г. Марковиця, що була започаткована у 1952 році [10; 11]. Вона є теоретично обґрунтованим і доведеним науковим підходом, який передбачає використання широкого спектру економетричних методів, а тому висновки та інвестиційні рішення, прийняті за цим підходом, виглядають теоретично виправданими та статистично підтвердженими. Положення цієї парадигми добре описані не лише у науковій, але й в академічній літературі, вивчаються в університетах, використовуються на практиці. Менш відомою є так звана парадигма вартісного інвестування. Вона представлена значно меншою кількістю наукових публікацій, однак за всіма ознаками також має статус парадигми. Еволюційно вона виникла значно раніше – у 1934 році завдяки доробку Б. Грема та Л. Додда [6]. Після появи теорії портфеля, котра швидко стала домінувати в епістемологічному сенсі, парадигма вартісного інвестування значно втратила свої позиції у другій половині ХХ ст., однак уже з початком 1990-х років почала відновлювати свої позиції та активно розвивається зараз. Значущими прикладами сучасного доробку у сфері вартісного інвестування є дослідження Ю. Фама й К. Френча [4]. У 1993 році вони розробили трьохфакторну модель оцінювання активів [5], котра за більш як 20-ти річний період своєї еволюції трансформувалася в потужну п'ятифакторну вартісну концепцію.

Однак щодо портфельної парадигми, то її загальне бачення в сучасній науці є, на наш погляд, недостатньо повним. Приміром, водночас із виникнення самої теорії портфеля були опубліковані й інші наукові роботи, котрі мали дуже схожі положення й висновки. Як зазначає М. Рубінштейн [15, с. 1043], незалежно від Г. Марковиця ідентичне рівняння для визначення ризику портфеля та схожа ефективна множинність були розроблені Роєм. У той же час в сучасній науковій літературі прізвище Роя асоціюють із так званим принципом максимальної визначеності, який використовують для оптимізації інвестиційних портфелів. Зважаючи на такі розбіжності в літературі, а також на недостатньо повне бачення означеної проблематики, вважаємо дану проблему актуальною, теоретично важливою, а у гносеологічному сенсі значущою з точки зору розуміння сутності, структури й характеру еволюції портфельної парадигми міжнародного інвестування.

Проблематикою дослідження парадигми портфельного інвестування, її структури та розвитку вчені почали займатися власне з появою самої парадигми. Серед відомих досліджень такого спрямування слід зазначити роботи Дж. Лінтнера і В. Шарпа [8], Дж. Ве-

стона [17], Г. Марковиця [9], М. Рубінштейна [15] та інших. Аналіз робіт у цій сфері дає можливість заключити, що вони в принципі рідко виходять за межі парадигми – зазвичай дослідження в рамках однієї парадигми не торкаються іншої, рівно як і навпаки. При цьому, як уже зазначалося, еволюційні витoki портфельної парадигми висвітлені недостатньо.

З огляду на зазначене, у нашій статті ми маємо на меті виявити основні еволюційні детермінанти традиційної теорії портфеля та оптимізаційної концепції за принципом максимальної визначеності, встановити ієрархію та співвідношення між зазначеними підходами, а також виявити їхнє місце в парадигмі міжнародного портфельного інвестування.

Отже, фундатором напряму оптимізації інвестиційних портфелів за принципом максимальної визначеності¹ є Рой, який опублікував своє дослідження в 1952 році [14]. Свою концепцію автор будує на таких послідах. По-перше, існуюча на той час теорія базувалася на максимізації очікуваної дохідності та не враховувала принципу диверсифікації в її найвищому розумінні. По-друге, знання індивідів, що приймають інвестиційні рішення, є обмеженими та невизначеними, навіть попри те, що вони вважають, що знають про очікувані дохідності напевно. На думку Роя, завжди існує ризик несприятливих подій, котрі можуть призвести до банкрутства або втрати частини багатства, який треба обов'язково враховувати інвесторам. Якби такого ризику не було, то розробити якісь правила прийняття рішень в умовах невизначеності реального світу було б неможливо [14, с. 432].

У реальному світі інвестор може отримати збитки, недоотримати частину потенційного прибутку, втратити частину купівельної спроможності за рахунок інфляції тощо. На думку Роя, для багатьох індивідів така можливість є цілком реальною, а тому їм доцільно використовувати підхід максимальної визначеності для мінімізації ймовірності настання вищезазначених подій. Головний принцип оптимізації Роя є таким: оптимальний портфель передбачає мінімізацію ймовірності настання несприятливих подій, які призведуть до отримання дохідності, меншої від очікуваної. Оптимізація включає встановлення певного рівня дохідності, нижче якого інвестор не хоче опускатися, та мінімізацію ймовірності реалізації нижчої дохідності. Важливу паралель Рой проводить із максимізацією функції корисності: якщо вона є бінарною (набуває або нульових, або одиничних значень), то оптимізація за принципом максимальної визначеності є фактично максимізацією очікуваної корисності – значення функції корисності дорівнює одиниці. Хоча цей посил, на наш погляд, має лише теоретичне значення та навряд чи може знайти безпосереднє практичне втілення.

Нехай d – мінімальний рівень необхідної інвесторові дохідності, а m – реально реалізована дохідність, котра не повинна бути меншою від d . Стандартне відхилення реально реалізованої дохідності – σ . Як і в традиційній біпараметричній оптимізації, припускається, що значення m та σ відомі напевно, хоча в реальності вони містять похибки вимірювання. Нехай між m та σ існує певна залежність, котру можна описати функцією

$$f(\sigma, m) = 0 \quad (1)$$

Оскільки на основі цієї інформації неможливо чітко визначити ймовірність реалізації дохідності, меншої від d , єдиним шляхом є визначення верхньої межі цієї ймовірності [14, с. 434]. Це можна зробити на основі нерівності Бієнеме–Чебишева – якщо кінцева дохідність є випадковою величиною ξ , то

¹ В оригінальних джерелах цей принцип має назву «safety first», що в дослівному перекладі означає «безпека понад усе». У літературі українською та російською мовами зустрічаються також інші варіанти перекладу, такі як «критерій підвищеної надійності» та ін.

$$P(|\xi - m| \geq m - d) \leq \frac{\sigma^2}{(m - d)^2}, \tag{2}$$

а тому

$$P(m - \xi \geq m - d) = P(\xi \leq d) \leq \frac{\sigma^2}{(m - d)^2}. \tag{3}$$

По суті, мінімізація означає максимізацію виразу

$$\frac{m - d}{\sigma}. \tag{4}$$

Така оптимізація є можливою за умови нормального розподілу значень ξ та якщо середня дохідність перевищує бажаю, однак не передбачає максимізацію корисності. Графічно оптимізація Роя наведена на рис. 1.

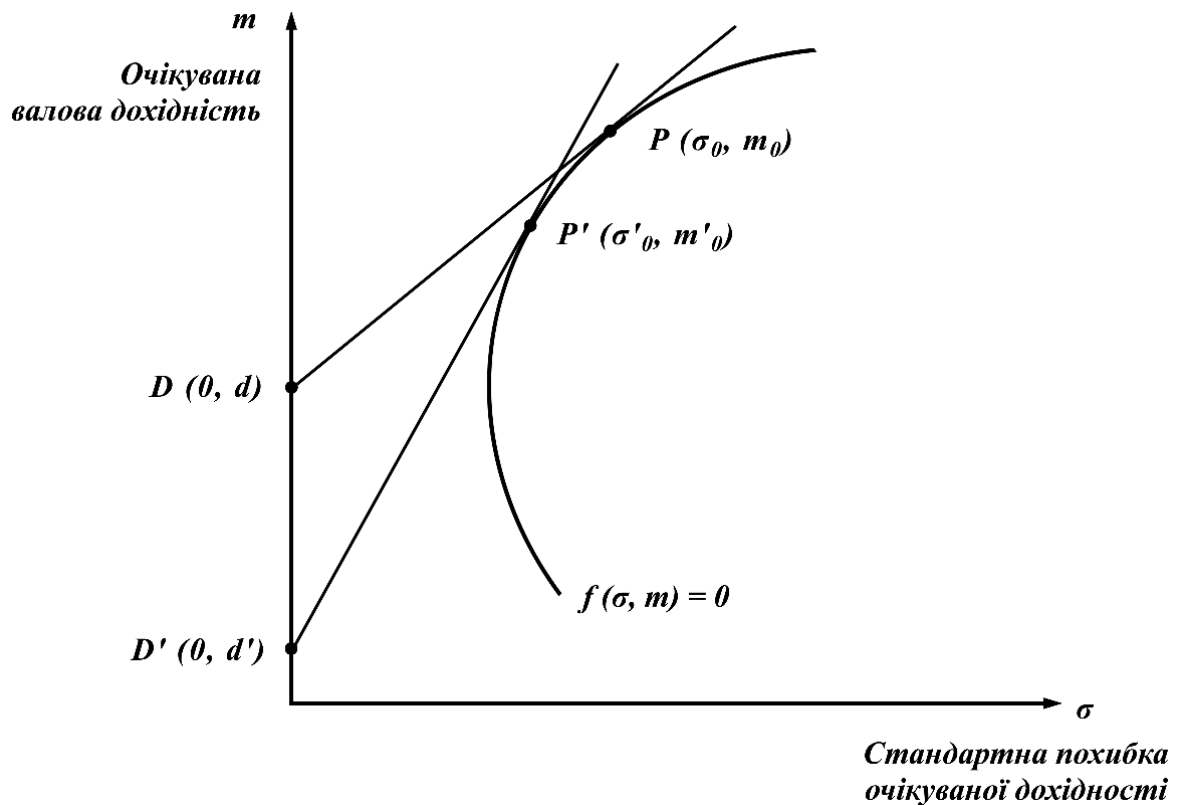


Рис. 1. Оптимізація за критерієм Роя.
Джерело: джерело [14, с. 435].

Гіпербола представляє собою функцію (1). За віссю ординат відкладається значення d – дохідність, а з цієї точки (D) проводиться дотична до гіперболи. Точка дотику P й представляє собою оптимальний портфель. Кут нахилу прямої DP визначає ймовірність настання несприятливих подій. Чим він є більшим, тим ймовірність – меншою. Він визначається як відношення одиниці до квадрата тангенса кута нахилу прямої DP :

$$\text{Prob}_{\max} = \frac{1}{(\text{tg}DP)^2}. \tag{5}$$

Геометрично, це впливає з рівня d – чим він є нижчим, тим і ймовірність також є нижчою (рис. 1).

Так, для рівня d' за інших рівних умов ймовірність є нижчою – точка D' . Слід однак зазначити, що наведена процедура оптимізації є чинною лише для випадків, коли кут нахилу прямої DP більший від 45° . Якщо ж він буде меншим, то дана методологія дасть можливість лише констатувати, що ймовірність буде меншою від 1 (якщо кут – 45°), або меншою від 2 чи 3 для менших кутів нахилу. Такі висновки, очевидно, не мають жодного економічного сенсу.

Друга частина дослідження Роя присвячена тому, як, власне, сформувати гіперболу з рис. 1 – досі вона розглядалася лише на концептуальному рівні, а її точна форма була невідомою. З погляду свого фінансового змісту, вирішення даної геометричної задачі передбачає визначення часток активів у портфелі. Нехай загальна вартість портфеля – k умовних реальних одиниць. У кінці періоду інвестування вартість портфеля повинна скласти не менш, як d таких же одиниць – аналог бажаного рівня мінімальної дохідності інвестора з попередньої частини дослідження. Кінцева вартість усіх активів, а також їхні співзалежності з усіма іншими активами оцінені на основі попередніх історичних даних. Припустимо, що поточна вартість усіх активів дорівнює 1,00 умовних реальних одиниць, їхня кінцева вартість – $p_1, p_2 \dots p_n$, а відповідні стандартні похибки – $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$. Кореляція між цінами активів – r_{ij} . Якщо $x_1, x_2 \dots x_n$ – обсяги коштів, які будуть вкладені в різні активи відповідно, то дохідність і ризик цієї інвестиції² можна розрахувати так

$$m = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j r_{ij} \alpha_i \alpha_j, \quad (7)$$

$$k = \sum_{i=1}^n x_i. \quad (8)$$

На основі наведених викладок Рой виводить рівняння досліджуваної гіперболи, котру він називає граничною кривою³:

$$\left[\frac{(a'W^{-1}a)(b'W^{-1}b) - (a'W^{-1}b)^2}{b'W^{-1}b} \right] \left(\sigma^2 - \frac{k^2}{b'W^{-1}b} \right) = \left(m - k \frac{a'W^{-1}b}{b'W^{-1}b} \right)^2, \quad (9)$$

де a – вектор-стовпчик $(p_1/\alpha_1, p_2/\alpha_2 \dots p_n/\alpha_n)$,

b – вектор-стовпчик $(1/\alpha_1, 1/\alpha_2 \dots 1/\alpha_n)$,

W – кореляційна матриця з елементами r_{ij} ,

W^{-1} – матриця, обернена матриці W .

Геометрично ця гіпербола наведена на рис. 2, причому це – її реальний вигляд, на відміну від рис. 1.

² У даному контексті Рой не вживає термін «портфель», однак саме про нього йде мова в термінах нашого дослідження.

³ Boundary curve.

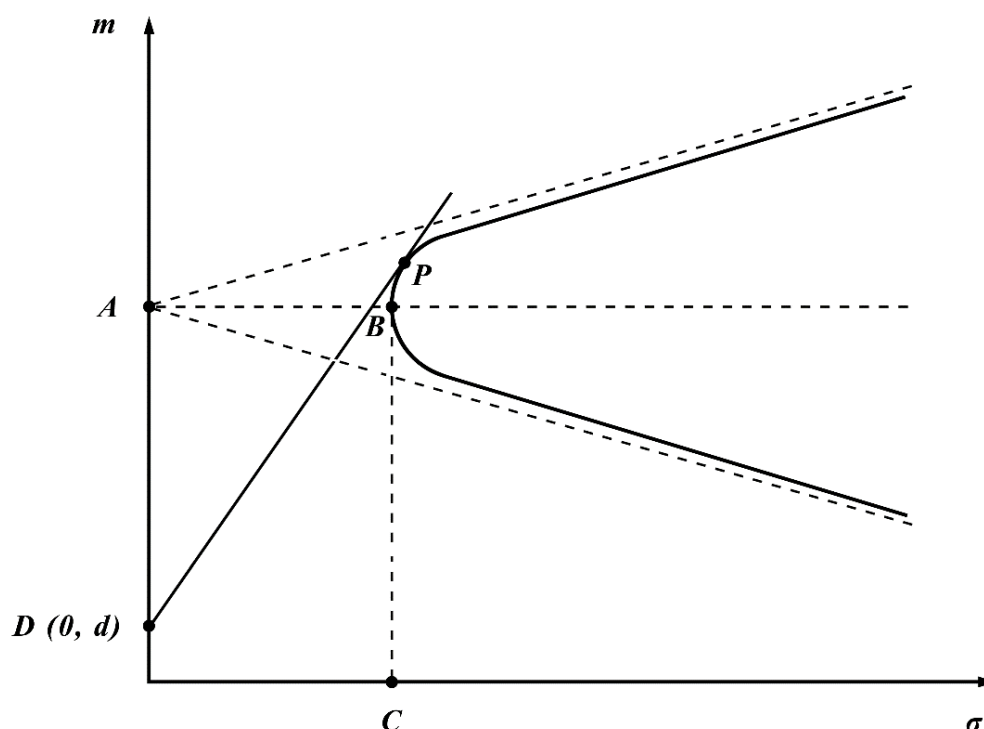


Рис. 2. Оптимальний портфель та форма кривої Роя.
Джерело: [14, с. 437].

Тобто, для визначення структури портфеля необхідно розв'язати систему з n рівнянь. Особливе місце в цих рівняннях займає коефіцієнт d/k , який називається критичною ціною [14, с. 438]. Падіння ціни активу нижче цього рівня неминуче означає настання небажаних подій. За інших рівних умов, якщо кінцева ціна активу перевищує критичну ціну, то в цей актив слід інвестувати. Якщо ж ціна падає нижче цього рівня, то за цим активом слід займати коротку позицію. Оцінюючи свій оптимізаційний алгоритм, Рой наголошує на важливості диверсифікації: бажано тримати інвестиції в різних формах (активах) – це хоча й зменшує ймовірність отримання високого доходу, але й знижує ймовірність настання катастрофічних ситуацій. Приміром, при наявності ідентичних активів слід розмістити інвестицій в усі з них пропорційно. При цьому важливе значення має саме зниження зазначеної ймовірності, в той час як це ніяким чином не вплине на дохідність портфеля.

Шукані значення часток розраховуються за формулою

$$x_i = \frac{\lambda}{\alpha_i} \sum_{j=1}^n \frac{(p_j - \frac{d}{k}) W_{ij}}{|W|}, \quad (10)$$

де λ обирається в такий спосіб, аби витримувалася рівність (8),

W_{ij} – кофактор r_{ij} у матриці W ,
 $|W|$ – визначник матриці W .

Важливим етапом розвитку принципу максимальної визначеності стало дослідження Л. Телсера [16], а його підхід до оптимізації інвестиційного портфеля отримав у літературі назву «критерій Телсера». Він, як і Рой, підтримує положення про необхідність диверсифікації портфелів, а тому також відхиляє ідею про максимізацію чистого прибутку

як несумісну з диверсифікацією. Головним недоліком теорії Роя Телсер вважає те, що при мінімізації ймовірності настання небажаних подій можна отримати від'ємну дохідність, що означатиме втрату вартості портфеля [16, с. 2]. Натомість, він пропонує альтернативу: оптимальний портфель – це той, який має максимальну очікувану дохідність за умови, що ймовірність реалізації певного (заданого) або нижчого рівня дохідності не перевищує певного (заданого) рівня.

Припустимо, що для кожної можливої альтернативи a існує певний ймовірнісний розподіл чистого прибутку I , який можна представити у вигляді $P_r(I \leq c; a) = p$, де c – константа. Ця ймовірність коливається, очевидно, в діапазоні від 0 до 1, а c представляє собою певний критичний рівень дохідності (скажімо, r), нижче якого інвестор не хоче опускатися. Припустимо, що інвестор не бажає, аби ймовірність падіння дохідності до r та нижчого перевищувала α . Тоді оптимізаційне обмеження можна записати так

$$P_r(I \leq r; a) = p \leq \alpha, \quad (11)$$

Це – умова допустимих інвестиційних альтернатив. Серед них інвестор обере ту, яка передбачатиме максимальний очікуваний прибуток [16, с. 1]. Номінально такий вибір передбачає володіння інформацією стосовно характеру розподілу значень очікуваних дохідностей. Однак якщо припустити, що він є нормальним, то, аналогічно до підходу Роя, можна скористатися нерівністю Бієнеме–Чебишева. Це дасть можливість установити верхню межу досліджуваної ймовірності:

$$P_r(|I - \bar{I}| \geq k) \leq \frac{\sigma^2}{k^2}, \quad (12)$$

де $k > 0$,

σ^2 – варіація I .

Із використанням нерівності Бієнеме–Чебишева обмеження (11) можна представити в такому фінальному вигляді:

$$\frac{\sigma^2}{I - r} \leq \alpha. \quad (13)$$

За нормального розподілу це оптимізаційні обмеження можна записати в дещо іншому вигляді, котрий є більш зручним у тому сенсі, що при витримуванні рівності він дасть рівняння прямої лінії:

$$I \geq r + \Phi_\alpha \sigma, \quad (14)$$

де Φ_α – тангенс кута нахилу кривої Телсера, котрий визначається безпосередньо рівнем встановленої ймовірності α та представлений у стандартній таблиці нормального розподілу. Приміром, для максимально встановленого рівня ймовірності в 5% Φ_α дорівнюватиме 1,65, а для 10% ймовірності – 1,28.

Геометрична форма оптимізації за критерієм Телсера наведена на рис. 3.

Із рис. 3 видно, що обмеженню Телсера задовольняють усі портфелі, котрі розташовані вище від прямої лінії. Однак оптимальним буде портфель B , оскільки він має найвищу дохідність. Слід зазначити, що обмеженню, формально, задовольняють усі портфелі, розташовані в заштрихованій зоні, котра згори обмежена ефективною множинністю.

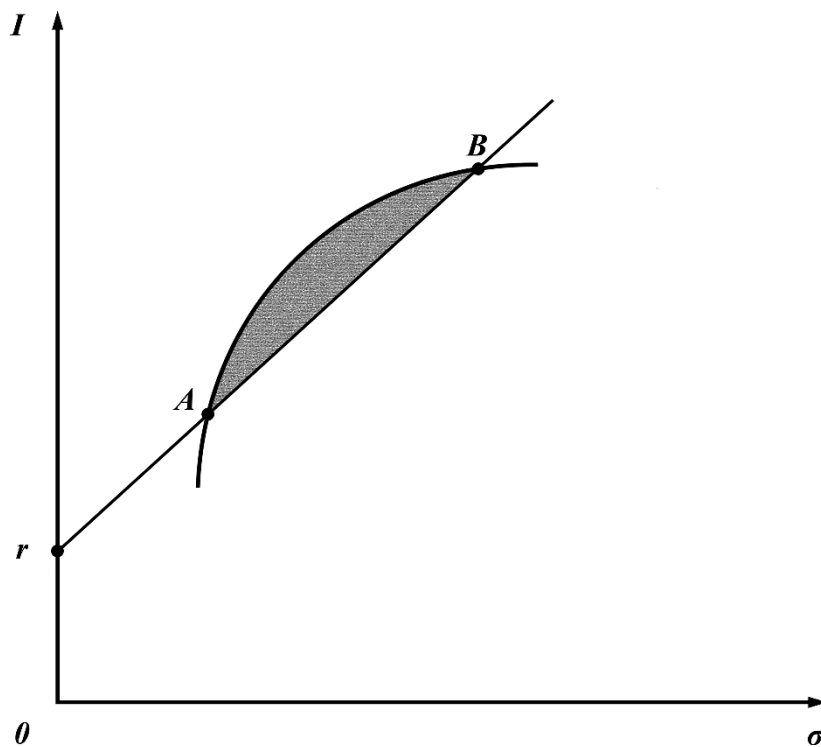


Рис. 3. Оптимальний портфель за критерієм Телсера.

Примітка: модифіковано автором за джерелом [16, с. 108].

Важливим аспектом оптимізації за критерієм Телсера є те, що оптимального портфеля може не бути взагалі, що залежить від форми та розташування ефективної та допустимої множинностей (рис. 4). Ефективна множинність може бути розташована й вище від кривої Телсера. У такому випадку оптимальний портфель також буде відсутній.

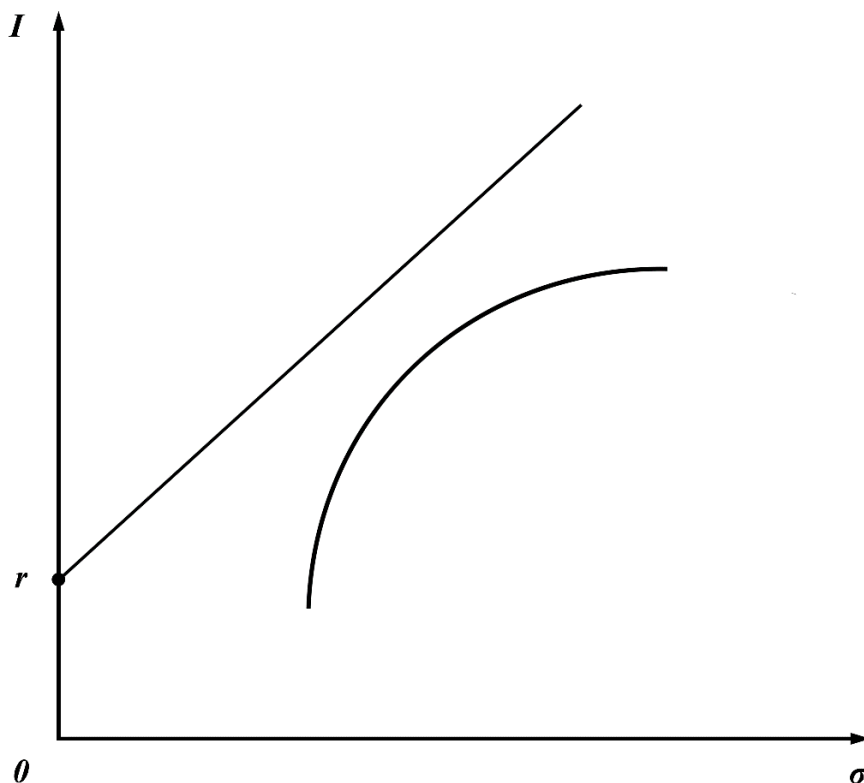


Рис. 4. Відсутність оптимального портфеля за критерієм Телсера.

Примітка: модифіковано автором за джерелом [16, с. 108].

Критерій Катаоки є третім критерієм оптимізації портфельів за принципом максимальної визначеності. Дослідження Ш. Катаоки вийшло пізніше від Роя та Телсера, воно є унікальним у тому сенсі, що абсолютно не стосується інвестиційних портфельів та навіть фінансів у цілому [7]. Це – суто математичне дослідження, котре присвячено методології постановки та розв'язку задач стохастичного програмування. Однак оскільки очікувані дохідності інвестицій є також величинами стохастичними, методологія Катаоки знайшла втілення й у теорії портфельного інвестування.

Головний принцип оптимізації Катаоки полягає в тім, що необхідно максимізувати нижню межу дохідності за умови, що ймовірність реалізації такої або нижчої дохідності не перевищує певний рівень. Оптимізаційну задачу, таким чином, можна формалізувати так⁴:

$$\max(r), \quad (15)$$

а обмеження

$$\text{Prob}(I \leq r) \leq \alpha. \quad (16)$$

Геометрично це означає пошук найвищої «кривої Катаоки» – фактично максимізації заданого рівня r (найвища точка перетину з віссю ординат). При цьому кут нахилу кривої є константою (рис. 5), у той час як для критеріїв Роя та Телсера оптимізація здійснювалася шляхом максимізації кута нахилу при сталому рівні перетину.

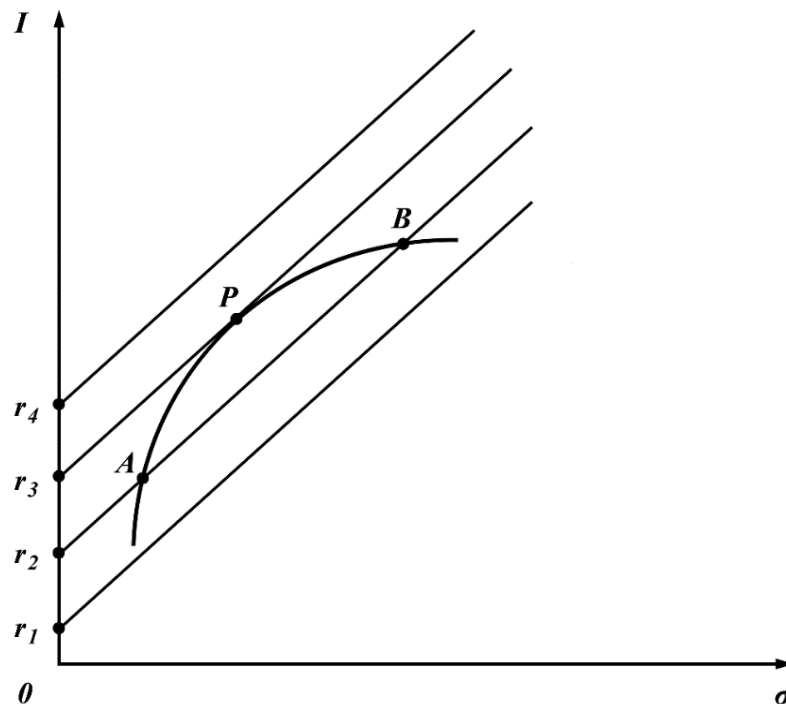


Рис. 5. Оптимізація портфеля за критерієм Катаоки.

Джерело: авторська розробка.

Максимізація досягається в найвищій точці, котра одночасно знаходиться і на кривій Катаоки, і на ефективній множинності. Це – точка дотику двох графіків. Рівняння кривої Катаоки виводиться за аналогією до критерія Телсера (за умови нормального розподілу

⁴ Для зручності порівняння та аналізу дана задача записана в нотації Телсера. Оригінальна робота Катаоки використовує зовсім іншу нотацію – загального формату, котра застосовується для розв'язання транспортної задачі.

очікуваних дохідностей) та має в підсумку такий вигляд, як і (14), однак у даному випадку максимізується r .

Порівнюючи розглянуті критерії максимальної визначеності, слід відзначити, що вони хоча номінально й апроксимуються до біпараметричної оптимізації, як, приміром, критерій Роя фактично вже представляють мультипараметричну оптимізацію. Поряд із традиційними параметрами ризику й дохідності ймовірність виступає третім параметром, котрий враховується під час оптимізації. Переваги й недоліки цих підходів впливають з результатів їх порівняльного аналізу (табл. 1).

Таблиця 1

**Порівняльна характеристика підходів до оптимізації
за принципом максимальної визначеності**

КЛЮЧОВІ РИСИ	ПІДХІД		
	Роя	Телсера	Катаоки
Напрямок оптимізації	$P(m \leq d) \rightarrow \min$	$m \rightarrow \max$	$d \rightarrow \max$
Допустима множинність	Немає	$P(m \leq d) \leq \alpha$	$P(m \leq d) \leq \alpha$
Параметр, що задається	d ($d < m$)	α, d	α
Етапи оптимізації	Однокрокова	Двокрокова (попередній етап оптимізації – формування допустимої множинності)	
Оптимальний портфель	Існує завжди	Може не бути	Існує завжди
Альтернативний запис	$\frac{m-d}{\sigma} \rightarrow \max$	$\frac{\sigma^2}{m-d} \leq \alpha.$ ***** $m \geq d + \Phi_{\alpha} \sigma$ $\Phi_{\alpha} = 1,65$ для $\alpha = 5\%$ Кут нахилу – $\arctg 1,65 \approx 58,78^{\circ}$.	
Тип ефективної множинності	Ефективна множинність Роя	Традиційна ефективна множинність	
Від’ємна дохідність портфеля	Може бути	Не може бути (окрім випадків, коли це задовольняє інвестора)	
Геометричний сенс	Максимізація кута нахилу (не менш як 45°). Точка перетину є константою.	Кут нахилу є константою (визначається лише односторонньою α – квантиллю). Точка перетину є константою.	Кут нахилу є константою (визначається лише односторонньою α – квантиллю). Пошук найвищої кривої Катаоки (найвищої точки перетину з віссю ординат).

Примітки: 1. Складено автором.

2. Для зручності та релевантності порівняння таблиця складена у форматі нотації Роя.

Критерій Телсера, у підсумку, можна вважати певним удосконаленням застосування принципу «максимальної визначеності» у процесі оптимізації інвестиційного портфеля. На відміну від критерія Роя, він не передбачає існування оптимального портфеля з від’єм-

ною дохідністю, за винятком тих рідких випадків, коли від'ємна дохідність задовольняє інвестора. За критерієм Телсера оптимізаційна задача може не мати розв'язку, а оптимального портфеля може не бути, у той час як за критерієм Роя оптимальний портфель є завжди. Критерій Телсера базується на традиційній ефективній множинності, у той час як принцип Роя є більш фундаментальним – він містить методологію побудови власної гіперболи.

Одним із відомих досліджень, присвячених підходу максимальної визначеності, є робота Е. Арзака та В. Бави [1]. Вони довели, що несхильний до ризику інвестор також може здійснювати свій вибір за критерієм «максимальної визначеності» в умовах існування на ринку безризикової ставки. Цей підхід є, по суті, поєднанням постулатів теорії корисності з принципом «максимальної визначеності», котрий вони фактично поєднали також з САРМ. У рамках названого дослідження було сформульовано й доведено два важливі положення. По-перше, несхильний до ризику інвестор, який керується принципом «максимальної визначеності», включатиме до свого портфеля певну частку подільних ризикових активів. При цьому оптимізаційна задача передбачає максимізацію рівня ризику (а відповідно – й дохідності) портфеля ризикових активів за такого інвестиційного обмеження

$$W + b = \frac{s - Wr}{q_{\alpha}(R) - r}, \quad (17)$$

де W – початковий обсяг коштів інвестора,

b – обсяг коштів, залучених під безризикову ставку (від'ємне значення означає надання коштів у позику),

s – мінімальний рівень прибутку, нижче якого інвестор не хоче опускатися,

r – безризикова ставка,

$q_{\alpha}(R)$ – α фрактал стандартного розподілу дохідностей.

По-друге, теорема портфельного вибору передбачає (1) вибір інвестором оптимальних часток ризикових активів, котрі не залежатимуть від обсягу запозичень, та (2) вибір пропорції між портфелем ризикових активів та запозиченням.

Так званий модифікований принцип «максимальної визначеності» був розроблений Дінгом та Лу [3] на прикладі оптимізації портфелів фондів соціального забезпечення⁵, для яких надійність та жорсткий контроль над рівнем ризику є однією з ключових вимог. Їхній підхід, серед іншого, припускає існування безризикової ставки, причому короткі продажі ризикових активів дозволяються, а запозичувати за безризиковою ставкою для купівлі ризикових активів забороняється, а також еліптичний (замість традиційного – нормального) характер розподілу дохідностей. Окрім, власне, математичних викладок щодо розв'язання оптимізаційної задачі за наявності безризикового активу, вони також вивели нові ефективні множинності на основі свого модифікованого підходу та сформулювали на цій основі чотири відмінності традиційної біпараметричної оптимізації від свого модифікованого підходу за принципом «максимальної визначеності». По-перше, незалежно від того, якою є чутливість до ризику зниження, у традиційній біпараметричній оптимізації завжди існує оптимальний портфель. У моделі Дінга–Лу його існування залежить від рівня схильності до ризику зниження. Для доволі значного рівня такої схильності оптимального портфеля може не існувати. Оптимізація також залежить від рівня безризикової ставки, у той час як традиційна біпараметрична оптимізація завжди передбачає існування оптимального портфеля, що не залежить від її рівня. По-друге, якщо ефективна множинність Дінга–

⁵ Social security funds.

Лу існує, то вона або така ж сама, як і традиційна ефективна множинність, або є її частиною в системі координат «стандартне відхилення – очікувана дохідність». Тобто, усі портфелі, ефективні за моделлю Дінга–Лу, є ефективними за традиційним підходом, але не всі ефективні за традиційним підходом портфелі будуть завжди ефективним за моделлю Дінга–Лу. По-третє, ефективні множинності в моделі Дінга–Лу містять у собі більше інформації, ніж традиційна ефективна множинність. Насамперед, вони відображають інформацію щодо схильності інвестора до ризику. Однак навіть за умови, що різні інвестори мають ідентичну схильність до ризику, вони можуть мати різну схильність до ризику значних втрат, що також відображено в модифікованих ефективних множинностях. Це не відображається в традиційній ефективній множинності. По-четверте, у моделі виведена формула, котра характеризує рівень ймовірності настання критичних подій, котрий розділяє ідентичність та відмінність традиційної біпараметричної оптимізації та оптимізації за моделлю Дінга–Лу. Обидва підходи дають ідентичні результати, якщо рівень ймовірності є нижчим від зазначеної межі. Якщо ж він є вищим, то результати оптимізації відрізняються. При відносно незначному рівні безризикової відсоткової ставки модель Дінга–Лу передбачає інвестування всіх коштів у ризикові активи, а традиційна модель – частину коштів у безризиковий актив.

У дослідженні Чіу, Вонга та Лі [2] було виявлено специфіку застосування принципу «максимальної визначеності» для багатоперіодного формату. Вони дістали висновку, що усунення традиційного оптимізаційного обмеження щодо середньої дохідності портфеля, котре було у Роя, або просто перетворює оптимізаційну задачу на задачу щодо досягнення певного рівня дохідності, або дає в підсумку високолевереджевий портфель. Удосконалення базового підходу Роя було здійснено в дослідженні вітчизняних учених Норкіна та Бойка [16]. Вони показали схожість підходів Роя та Марковиця в частині аналізу симетричного характеру розподілу ймовірностей. У їхній роботі, натомість, замість традиційної варіації було використано напівдисперсію, що також дало можливість отримати й дещо відмінну ефективну множинність. Учені, таким чином, акцентували увагу на впливі лише ризику зниження дохідності та дістали висновку, що в таких умовах оптимізаційна задача зводиться до генерування нової ефективної множинності, у той час як сам принцип інвестиційного вибору залишається таким же, як у Роя.

Підбиваючи підсумки аналізу підходу Роя, слід зазначити, що він, за своїм змістом, надзвичайно схожий на теорію Марковиця, яка вважається основою портфельної парадигми міжнародного інвестування. Хронологічно вони виникли фактично в один і той самий час – у 1952 році. Стаття Марковиця була опублікована в березневому випуску «Журналу фінансів», а робота Роя – у липневому випуску «Економетрики». При цьому достеменно невідомо, який саме рукопис був поданий до редакційної колегії раніше. Це дає можливість констатувати, що ці дослідження проводилися незалежно одне від одного. У Роя немає посилань на Марковиця, чия стаття вийшла, формально, раніше однак він посилається на тих самих попередників, що й Марковиць. Із урахуванням наведених обставин, а також базуючись на результатах аналізу змісту обох підходів, із нашої точки зору, можна стверджувати, що теорія Роя, поряд із теорією Марковиця, також є основою досліджуваної парадигми.

Між теоріями Марковиця та Роя слід провести дві важливі паралелі. По-перше, спільність ключового принципу цих теорій. Обидві аналізують інвестиції в біпараметричному форматі, що, в підсумку, дало майже ідентичні гіперболи, на основі яких здійснюється інвестиційний вибір. У Роя, приміром, не використовуються терміни «допустима множинність» або «ефективна множинність» однак називаючи свою гіперболу «верхньою ме-

жею», він має на увазі саме ефективну множинність в термінах Марковиця. Рой говорить, що виведені ним функції описують не лише верхню межу (ймовірності), але всю родину можливих функцій такого типу, однак для оптимізації потрібна саме згадана верхня межа, котру Рой називає «конвертом». У даній ситуації під всією родиною слід розуміти допустиму множинність для випадку трьох та більшої кількості активів у Марковиця. Однак якщо в традиційній теорії портфеля загальне рівняння допустимої множинності Марковиця було виведено значно пізніше – у 1970 році Мертоном [17], то Рой навів рівняння своєї гіперболи у вищезгаданій статті 1952 року, що робить її, у певному розумінні, більш фундаментальною. Ключова відмінність між інвестиційним вибором Марковиця та Роя полягає в тім, що Марковиць пропонує інвесторові обирати будь-якій портфель на гіперболі – ефективній множинності, у той час як Рой обмежує цей вибір лише одним конкретним портфелем. А сама оптимізація здійснюється вже на основі трьох параметрів: до традиційних ризику й дохідності, які використовуються для формування ефективної множинності, додається ймовірність, котра і дає можливість здійснити вибір одного оптимального портфеля, а не певну множинність портфелів.

По-друге, в обох теоріях запропонована доволі схожа методологія визначення ризику інвестиційного портфеля. На нашу думку, однак з погляду того часу – коли портфельна теорія ще не існувала – обидві формули виглядали насправді рівнозначними, у їхній основі лежав однаковий принцип – врахування коваріацій між дохідностями активів. І якщо прийняти за константу те, що ми не знаємо, як у реальності слід обчислювати ризик інвестиційного портфеля, то його можна цілком обґрунтовано розраховувати й за формулою Роя.

Важливим здобутком теорії Роя є те, що він, у певному розумінні, передбачив подальший розвиток сучасної теорії портфеля, зокрема окремі погляди Шарпа в рамках теорії ринку капіталів. Так, максимізація окремих рівнянь Роя, по суті, є аналогом максимізації коефіцієнта Шарпа. І хоча Рой не використовує безризикову ставку, бажаний рівень дохідності є її заміником. У теорії Шарпа інвестор не може отримати дохідність, нижчу від безризикової ставки, а в теорії Роя він не може отримати дохідність, нижчу від заданого рівня, оскільки в такому разі він просто не буде інвестувати та, відповідно, проводити аналіз – застосовувати свою теорію. Теорія Роя, що впливає з її головного принципу – максимальної визначеності, орієнтована на відносно менш схильного до ризику інвестора.

Із зазначеного можна зробити важливий висновок: дослідження Роя та його теорія займають особливе місце в сучасній інвестиційній теорії. Із нашої точки зору, це місце – щонайменше в одному ряду з теорією портфеля й теорією ринку капіталів, а разом вони становлять основу портфельної парадигми теорії міжнародного інвестування. Однак Рой не отримав нобелівську премію та не став відомим швидше з тієї причини, що, опублікувавши вищезгадане дослідження, він зник із наукової ниви. У той час Марковиць продовжував проводити дослідження в галузі та друкуватися, ставши вченим парадигмоутворюючого значення.

Значущість та важливість здобутків Роя також підтверджує той факт, що в еволюційному плані розвиток принципу максимальної визначеності дав поштовх виникненню ще одній – значно більш відомій сьогодні концепції – оптимізації за *VaR*⁶ підходом, який передбачає аналіз ризику у вартісному вимірі. Ця концепція передбачає визначення того максимального вартісного обсягу коштів, котрі будуть втрачені з певною ймовірністю за певний проміжок часу. Вона активно використовується сьогодні як у сфері міжнародного портфельного інвестування, так і у міжнародному банківництві.

⁶ Аббревіатура *VaR* розшифровується як «value at risk», що в перекладі означає вартість під ризиком. Часто перекладають як «вартісна міра ризику».

Список використаних джерел

1. Arzac E. R. Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety-First Investors / Enrique R. Arzac, Vijay S. Bawa // *Journal of Financial Economics*. – 1977. – Vol. 4, № 3. – P. 277–288.
2. Chiu M. C. Roy's Safety-First Portfolio Principle in Financial Risk Management of Disastrous Events / Mei Choi Chiu, Hoi Ying Wong, Duan Li // *Risk Analysis*. – 2012. – Vol. 32, № 11. – P. 1856–1872.
3. Ding Y. The Optimal Portfolios Based on a Modified Safety-First Rule with Risk-Free Saving / Yuanyao Ding, Zudi Lu // *Journal of Industrial and Management Optimization*. – 2016. – Vol. 12, № 1. – P. 83–102.
4. Fama E. F. A Five-Factor Asset Pricing Model / Eugene F. Fama, Kenneth R. French // *Journal of Financial Economics*. – 2015. – Vol. 116, № 1. – P. 1–22.
5. Fama E. F. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds / Eugene F. Fama, Kenneth R. French // *Journal of Financial Economics*. – 1993. – Vol. 33, № 1. – P. 3–56.
6. Graham B. Security Analysis / Benjamin Graham, David L. Dodd. – New York, London : Whittlesey House, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1934. – 725 p.
7. Kataoka S. A Stochastic Programming Model / Shinji Kataoka // *Econometrica*. – 1963. – Vol. 31, № 1/2. – P. 181–196.
8. Lintner J. V. Session Topic: Portfolio Theory and Security Analysis: Discussion / John Lintner, William F. Sharpe // *The Journal of Finance*. – 1972. – Vol. 27, № 2 (Papers and Proceedings of the Thirties Annual Meeting of the American Finance Association, New Orleans, Louisiana, December 27–29, 1971). – P. 453–458.
9. Markowitz H. M. Foundations of Portfolio Theory / Harry M. Markowitz // *The Journal of Finance*. – 1991. – Vol. 46, № 2. – P. 469–477.
10. Markowitz H. M. Portfolio Selection / Harry Markowitz // *The Journal of Finance*. – 1952. – Vol. 7, № 1. – P. 77–91.
11. Markowitz H. M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / Harry M. Markowitz. – New York : John Wiley & Sons, Inc.; London : Chapman & Hall, Ltd.; Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, 1959. – 344 p.
12. Merton R. C. An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier / Robert C. Merton // *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. – 1972. – Vol. 7, № 4. – P. 1851–1872.
13. Norkin V. I. Safety-First Portfolio Selection / V. I. Norkin, S. V. Boyko // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2012. – Vol. 48, № 2. – P. 180–191.
14. Roy A. D. Safety First and the Holding of Assets / A. D. Roy // *Econometrica*. – 1952. – Vol. 20, № 3. – P. 431–449.
15. Rubinstein M. Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective / Mark Rubinstein // *The Journal of Finance*. – 2002. – Vol. 57, № 3. – P. 1041–1045.
16. Telser L. G. Safety First and Hedging / Lester G. Telser // *The Review of Economic Studies*. – 1955–1956. – Vol. 23, № 1. – P. 1–16.
17. Weston J. F. Developments in Finance Theory / J. Fred Weston // *Financial Management*. – 1981. – Vol. 10, № 2. – P. 5–22.

References

1. Arzac E. R. Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety-First Investors / Enrique R. Arzac, Vijay S. Bawa // *Journal of Financial Economics*. – 1977. – Vol. 4, № 3. – P. 277–288.

2. *Chiu M. C.* Roy's Safety-First Portfolio Principle in Financial Risk Management of Disastrous Events / Mei Choi Chiu, Hoi Ying Wong, Duan Li // *Risk Analysis*. – 2012. – Vol. 32, № 11. – P. 1856–1872.
3. *Ding Y.* The Optimal Portfolios Based on a Modified Safety-First Rule with Risk-Free Saving / Yuanyao Ding, Zudi Lu // *Journal of Industrial and Management Optimization*. – 2016. – Vol. 12, № 1. – P. 83–102.
4. *Fama E. F.* A Five-Factor Asset Pricing Model / Eugene F. Fama, Kenneth R. French // *Journal of Financial Economics*. – 2015. – Vol. 116, № 1. – P. 1–22.
5. *Fama E. F.* Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds / Eugene F. Fama, Kenneth R. French // *Journal of Financial Economics*. – 1993. – Vol. 33, № 1. – P. 3–56.
6. *Graham B.* Security Analysis / Benjamin Graham, David L. Dodd. – New York, London : Whittlesey House, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1934. – 725 p.
7. *Kataoka S.* A Stochastic Programming Model / Shinji Kataoka // *Econometrica*. – 1963. – Vol. 31, № 1/2. – P. 181–196.
8. *Lintner J. V.* Session Topic: Portfolio Theory and Security Analysis: Discussion / John Lintner, William F. Sharpe // *The Journal of Finance*. – 1972. – Vol. 27, № 2 (Papers and Proceedings of the Thirties Annual Meeting of the American Finance Association, New Orleans, Louisiana, December 27-29, 1971). – P. 453–458.
9. *Markowitz H. M.* Foundations of Portfolio Theory / Harry M. Markowitz // *The Journal of Finance*. – 1991. – Vol. 46, № 2. – P. 469–477.
10. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection / Harry Markowitz // *The Journal of Finance*. – 1952. – Vol. 7, № 1. – P. 77–91.
11. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / Harry M. Markowitz. – New York : John Wiley & Sons, Inc.; London : Chapman & Hall, Ltd.; Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, 1959. – 344 p.
12. *Merton R. C.* An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier / Robert C. Merton // *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. – 1972. – Vol. 7, № 4. – P. 1851–1872.
13. *Norkin V. I.* Safety-First Portfolio Selection / V. I. Norkin, S. V. Boyko // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2012. – Vol. 48, № 2. – P. 180–191.
14. *Roy A. D.* Safety First and the Holding of Assets / A. D. Roy // *Econometrica*. – 1952. – Vol. 20, № 3. – P. 431–449.
15. *Rubinstein M.* Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective / Mark Rubinstein // *The Journal of Finance*. – 2002. – Vol. 57, № 3. – P. 1041–1045.
16. *Telser L. G.* Safety First and Hedging / Lester G. Telser // *The Review of Economic Studies*. – 1955–1956. – Vol. 23, № 1. – P. 1–16.
17. *Weston J. F.* Developments in Finance Theory / J. Fred Weston // *Financial Management*. – 1981. – Vol. 10, № 2. – P. 5–22.